Problem 1

1) 图中每个顶点的度数均为偶数, 存在欧拉回路

如e, i, f, g, j, h, g, c, d, h, c, b, f, e, a, b, e

2) 图中恰有两个奇度点, 不存在欧拉回路, 存在欧拉通路

如i, e, a, f, e, b, a, i, f, g, d, c, h, d, j, c, b

Problem 2

1) 完全二部图Km,n顶点的度均为m或n, 要使图有欧拉回路则m, n均为偶数

2) 要使图具有欧拉通路则m=n=1或m=2, n为奇数或n=2, m为奇数

Problem 3

顶点度数为: {2, 2, 2, 0, 0}, {2, 2, 2, 2, 0}, {2, 2, 2, 2, 2}, {4, 4, 4, 4, 4}

Problem 4

无向简单图G1和G2是顶点数, 边数均相等的欧拉图, G1和G2可能不同构, 如

两个无向简单图是具有相同顶点数和边数的欧拉图, 但它们不同构

Problem 5

1) 证明: 设G的顶点数是奇数n, n-完全图中每个顶点的度数是n-1, 为偶数

无向简单图G有欧拉通路, 则G恰有两个奇度点

G的补图中每个顶点的度为n-1减去G中对应顶点的度

则补图恰有两个奇度顶点, 补图中存在欧拉通路

2) 反驳: 设G的顶点数是偶数n, n-完全图中每个顶点的度数是n-1, 为奇数

无向简单图G有欧拉通路, 则G恰有两个奇度点

G的补图中每个顶点的度为n-1减去G中对应顶点的度

补图恰有两个偶度顶点, 若顶点总数恰好为4, 补图中也可以存在欧拉通路

Problem 6

若G是简单, 连通的r-正则图, 顶点数为r且设每个顶点的度数均为x

由G连通可知任意两点之间均存在通路, G中有rx/2条边

任意两条边均可以找到一条通路使两边都在其中, 则L(G)中有rx/2个顶点

任意两点之间均存在通路, 即L(G)连通, 又G中每条边有2个顶点

则L(G)中的每个顶点有2条边, 即L(G)是无奇度顶点的连通图, L(G)是欧拉图